

# Die Vermessung optischer Quantenzustände

Stephan Schiller und Gerd Breitenbach

**Wellenfunktion, Dichtematrix, Meßwertverteilungen, reine und gemischte Zustände: Diese abstrakten Konzepte aus der Quantenmechanik lassen sich durch moderne quantenoptische Experimente veranschaulichen. So gelang es kürzlich mit geeigneten Meßverfahren, die Zustände von einfachen Quantensystemen im Detail zu charakterisieren. Wir wollen dies am Beispiel des Lichtfeldes erläutern. Die dabei eingesetzten Techniken spielen eine wichtige Rolle bei der „Quantenkontrolle“.**

Die Forschung auf dem Gebiet der Quantenoptik hat in den letzten Jahren zur Entwicklung von Techniken geführt, mit denen man physikalische Systeme in zunehmendem Maße auf Quantenebene kontrollieren kann. Diese sogenannte Quantenkontrolle ermöglicht es, gewünschte Quantenzustände herzustellen („Quantum State Engineering“) und sie durch Wechselwirkung mit anderen Systemen zu verändern.

Es ist eine wichtige Voraussetzung für die Quantenkontrolle, Quantenzustände vermessen zu können, einerseits um zu überprüfen, ob der gewünschte Zustand realisiert wurde, und andererseits um den Einfluß einer Wechselwirkung festzustellen. Mögliche Anwendungen sind Präzisionsmessungen, bei denen ein bestimmter Quantenzustand mit einem unbekanntem System in Wechselwirkung gebracht wird, um nach deren Ablauf den Endzustand zu analysieren, der die Wechselwirkung charakterisiert. Um eine hohe Empfindlichkeit zu erreichen, muß der Anfangszustand möglichst genau bekannt sein. In jüngster Zeit hat die Quantenkontrolle auch wegen ihrer engen Verbindung zum Quantum Computing und zur Quantenkommunikation großes Interesse geweckt.

Beispiele für die Quantenkontrolle sind das Einfangen, Kühlen und Manipulieren von einzelnen Teilchen (Elektronen, Protonen, Io-

nen) und Teilchenensembles in Fallen (z. B. Bose-Einstein-Kondensate), sowie die Anregung und Abfrage einer einzelnen, frei propagierenden oder in einem Resonator gespeicherten, elektromagnetischen Mode. Wir wollen hier über ein konkretes Beispiel berichten, die Untersuchung der von einer Lichtquelle emittierten Lichtzustände.

## Vermessung von Quantenzuständen

Was ist unter der Vermessung eines Quantenzustands (QZ) zu verstehen? Es sollen die zur mathematischen Beschreibung des QZ eingeführten Größen ermittelt werden, also die Wellenfunktion  $\psi$ , die reine Zustände beschreibt, oder eine ihrer Verallgemeinerungen, die Wigner-Funktion  $W$  oder die Dichtematrix  $\rho$ , die man zur Beschreibung von gemischten Zuständen heranziehen muß. Die bereits 1932 eingeführte Wigner-Funktion, eine quantenmechanische Verallgemeinerung der Phasenraumdichte für klassische Systeme, und die Dichtematrix sind äquivalente Darstellungen. Sie hängen im allgemeinen von doppelt so vielen Koordinaten ab wie die Wellenfunktion, wie unten gezeigt wird. Jede der genannten Größen enthält die gesamte Information, um Erwartungswerte beliebiger Observablen (hermitesche Operatoren) zu berechnen, also jener Größen, die prinzipiell direkt experimentell zugänglich sind.

Ein wichtiger Aspekt bei Quantenmessungen ist die prinzipielle Unmöglichkeit, den Zustand eines einzelnen Systems vollständig zu bestimmen. Die Vermessung eines QZ ist nur durch wiederholte Messungen an einem Ensemble identisch präparierter Systeme möglich. Solch ein Ensemble wird z. B. durch eine Quelle bereitgestellt, die in kontinuierlicher Folge identisch präparierte Zustände emittiert. Ein Detektor führt sequentiell Messungen an den Mitgliedern dieses Ensembles durch, d. h. er mißt einen durch das Detektionssystem bestimmten Operator. Der vermessene Zustand wird dabei gestört, oft so-

gar zerstört, etwa wenn eine Lichtmode durch einen Photodetektor nachgewiesen wird. Jede weitere Messung muß daher an einem neuen Mitglied des Ensembles ansetzen.

Wenn ein beliebiger Zustand kein Eigenzustand des gemessenen Operators ist, liefern die einzelnen Messungen unterschiedliche Werte, mit der für den Zustand charakteristischen Quantenstatistik. Man bezeichnet die damit einhergehende zeitliche Zufallsfolge der Meßwerte auch als Quantenfluktuationen. Erst eine große Anzahl von Messungen liefert relevante Information, nämlich (näherungsweise) die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Meßwerte. Zur vollständigen Vermessung eines QZ ist es nötig, einen geeigneten Satz von Operatoren zu messen. Diese sind so zu wählen, daß die gewonnenen quantenstatistischen Daten den QZ möglichst eindeutig identifizieren und sich aus ihnen z. B. die Dichtematrix berechnen läßt. Dabei muß der Hamilton-Operator des Systems bekannt sein.

Die Quantenzustandsrekonstruktion (QZR) wurde experimentell für einfache quantenmechanische Systeme durchgeführt: den eindimensionalen harmonischen Oszillator (Vibrationszustände eines Ions in einer Paul-Falle [1] oder eines Moleküls [2]), propagierenden Lichtwellen [3, 4] und ein freies Teilchen in einer Dimension (transversale Bewegung von He-Atomen in einem Atomstrahl [5]). Einen aktuellen Überblick zu Theorie und Experiment gibt [6].

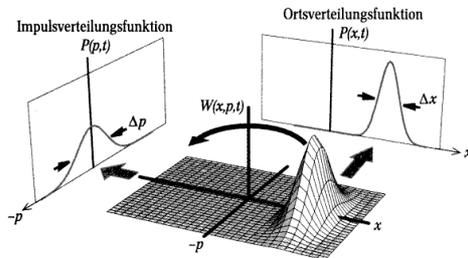
## Die Quantentomographie

Das Prinzip der QZR erläutern wir am Beispiel des eindimensionalen harmonischen Oszillators (Abb. 1). Das Bild eines im harmonischen Potential oszillierenden Wellenpakets ist uns allen vertraut. Für einen reinen Zustand ist die Wahrscheinlichkeitsdichte im Ortsraum  $P(x, t)$  durch  $|\psi(x, t)|^2$ , im allgemeinen aber durch das Matrixelement  $\langle x|\rho(t)|x \rangle$  gegeben. Wie die Anschauung zeigt, wird ein QZ nicht durch

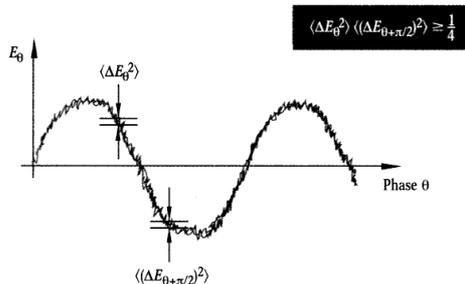
Priv.-Doz. Stephan Schiller, Ph. D., und Dr. Gerd Breitenbach, Fakultät für Physik, Universität Konstanz, M696, D-78457 Konstanz

eine Momentaufnahme von  $P$  eindeutig bestimmt, sondern erst durch die gesamte zeitliche Evolution über eine halbe Oszillationsperiode.

Um den Zustand mathematisch und graphisch darzustellen, benutzt man aber nicht diese Verteilungsfunktion  $P(x, t)$ , sondern die zweidimensionale Wigner-Funktion, die



**Abb. 1:** Phasenraumverteilungsfunktion eines Quantenzustands: die Wigner-Funktion  $W(x, p)$ . Beim harmonischen Oszillator ist ihre Zeitabhängigkeit durch eine Rotation um den Ursprung gegeben. Beobachtbare Größen erhält man durch Projektion der Wigner-Funktion. So ergibt die Projektion entlang der  $p$ -Achse die Verteilung  $P(x, t)$  der Meßwerte für den Ortsoperator.



**Abb. 2:** Das elektrische Feld einer elektromagnetischen Welle besitzt eine quantenmechanische Unschärfe. Sie kann phasenabhängig sein, muß aber die Unschärferelation erfüllen.

eindeutig mit der Dichtematrix zusammenhängt:

$$W(x, p, t) = \frac{1}{\pi} \int \langle x - x' | \rho(t) | x + x' \rangle \cdot \exp(2ix'p) dx'$$

Sie ist eine Phasenraumverteilungsfunktion, die Orts- und Impulsdarstellung kombiniert. Sie läßt sich allerdings im allgemeinen nicht als Wahrscheinlichkeitsverteilung interpretieren, wie es bei einer Phasenraumverteilung möglich ist, die zu einem Ensemble klassischer Systeme gehört. Die Frage nach der

Wahrscheinlichkeit, daß sich ein Quantensystem an einem bestimmten Punkt im Phasenraum befindet, ist einfach nicht zulässig. Dies äußert sich darin, daß die Wigner-Funktion auch negative Werte annehmen kann, eine Situation, die kein klassisches Analogon besitzt.

Die Projektionen (Marginalverteilungen) der Wigner-Funktion sind bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilungen, z. B. ist die Ortsverteilung durch  $P(x, t) = \int W(x, p, t) dp$ , die Impulsverteilung durch  $P(p, t) = \int W(x, p, t) dx$  gegeben. Abbildung 1 illustriert diesen Zusammenhang. Die Projektion der Wigner-Funktion in beliebige Richtung  $\theta$  ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_\theta(x_\theta, t)$  für die Linearkombination  $x_\theta = x \cos\theta + p \sin\theta$  von Ort und Impuls. Aufgrund dieser anschaulichen Beziehung ist die Wigner-Funktion eine besonders praktische Beschreibung eines Quantenzustands.

Die zeitliche Entwicklung der Wigner-Funktion eines harmonischen Oszillators entspricht einer Rotation im Phasenraum. Projiziert man die Wigner-Funktion zu einem festen Zeitpunkt auf die  $x$ -Achse, so erhält man die zeitliche Entwicklung der Ortsverteilungsfunktion. Ein Zustand wird vermessen, indem man entweder die Ortsverteilungsfunktion zu verschiedenen Zeiten mißt, oder aber zu fester Zeit die Verteilungsfunktionen der Operatoren  $x_\theta$  für möglichst viele Winkel  $\theta$  bestimmt. Aus den so gewonnenen Daten kann man die Wigner-Funktion durch eine Fourier-Transformation rekonstruieren [7 - 9], weil die Fourier-Transformierte einer Projektion,  $\tilde{P}_\theta(\eta, t)$ , einem Schnitt durch die zweidimensionale Fourier-Transformierte  $\tilde{W}$  der Wigner-Funktion entspricht,

$$\tilde{P}_\theta(\eta, t) = \tilde{W}(-\eta/2 \sin\theta, \eta/2 \cos\theta, t).$$

Die in der Praxis benutzte Rücktransformation auf  $W(x, p, t)$  ist die inverse Radon-Transformation.

Die Rekonstruktion eines QZ aus den Projektionen hat Ähnlichkeit mit der medizinischen Computer-Tomographie, bei der man aus einem Satz von eindimensionalen Extinktionsverteilungen die zweidimensionale Absorberverteilung berechnet. Man spricht daher auch von Quantentomographie. Im folgenden stellen wir exemplarisch die Quantentomographie des Lichtfeldes vor [4]. Für andere Meßverfahren verweisen wir auf [6].

## Das quantenmechanische elektromagnetische Feld

Da das elektromagnetische Feld ein Quantenfeld ist, müssen sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld durch Operatoren beschrieben werden. Zum Beispiel ist der (normierte) Operator für das elektrische Feld einer Mode der Frequenz  $\omega$  gegeben durch  $E(\omega t) = X \cos\omega t + Y \sin\omega t$ , wobei die Quadraturoperatoren  $X$  und  $Y$  nicht kommutieren:  $[X, Y] = i$ . Der Hamilton-Operator für eine Feldmode ist proportional zu  $\hbar\omega(X^2 + Y^2)$  und hat dieselbe Form wie der Hamilton-Operator eines Teilchens im harmonischen Potential, wobei  $X$  dem Ortsoperator  $x$  und  $Y$  dem Impulsoperator  $p$  entspricht. Zwischen beiden Systemen besteht daher eine enge Analogie. Der Zusammenhang mit den bekannten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren  $a^\dagger$ ,  $a$  ist  $X = (a + a^\dagger)/\sqrt{2}$ ,  $Y = i(a - a^\dagger)/\sqrt{2}$ , wobei  $[a, a^\dagger] = 1$ .

Der Quantencharakter einer Lichtwelle wird gewöhnlich wie in Abb. 2 veranschaulicht. Der in der klassischen Theorie scharf definierte Wert der Feldstärke besitzt jetzt eine Unschärfe, entsprechend der endlichen Breite eines Wellenpakets im Teilchenbild. Diese Unschärfe kann eine beliebige  $\pi$ -periodische Funktion der Phase der Welle sein. Sie muß jedoch die Heisenbergsche Unschärferelation erfüllen, d.h. das Produkt der Unschärfen für zwei um  $\pi/2$  auseinanderliegende Phasen darf einen Mindestwert nicht unterschreiten. Dies trifft auch für das elektromagnetische Vakuum zu: Es ist zwar frei von Photonen, aber nicht völlig feldfrei. Das mittlere Feld verschwindet,  $\langle E_\theta \rangle = 0$  für alle  $\theta$ , es besitzt jedoch einen von  $\theta$  unabhängigen, nicht verschwindenden Erwartungswert  $\langle E_\theta^2 \rangle$ , der sich sogar messen läßt.

## Vermessung von Zuständen des Lichtfeldes

Die Vermessung der Quantenzustände des elektromagnetischen Feldes ist dadurch möglich, daß man die statistischen Verteilungen der Quadraturkomponenten des Feldes  $E(\theta) = X \cos\theta + Y \sin\theta$  bestimmt. Wie mißt man aber die elektrische Feldamplitude einer Lichtwelle?

In einem ebenso einfachen wie eleganten Verfahren benutzt man hierzu einen Homodyn-detektor, der aus einem Strahlteiler mit zwei Ein-

gängen und zwei Ausgängen für Lichtwellen besteht (Abb. 3). In einen Eingang wird die zu untersuchende Lichtmode (Signal) eingespeist,  $E_S = X \cos \omega t + Y \sin \omega t$ . Eine wesentlich leistungsstärkere Welle (Lokaloszillator) mit derselben Frequenz  $\omega$ , aber frei einstellbarer Phase  $\theta$ , richtet man auf den anderen Eingang,  $E_L = E_0 \cos(\omega t - \theta)$ . Der Strahlteiler transmittiert jedes Eingangsfeld mit gleicher Amplitude in beide Ausgänge. Wegen des Phasen sprungs bei Reflexion am optisch dichteren Medium ist die eine Ausgangswelle proportional zur Summe,  $E_1 = (E_S + E_L)/\sqrt{2}$ , die andere aber zur Differenz der Eingangsfelder,  $E_2 = (E_S - E_L)/\sqrt{2}$ . Die Ausgangsfelder werden separat durch zwei Detektoren nachgewiesen. Diese erzeugen Photoströme, die der jeweiligen Lichtleistung proportional sind. Die Differenz der Photoströme

$$i_1 - i_2 \sim \overline{E_1^2} - \overline{E_2^2} \sim X \cos \theta + Y \sin \theta$$

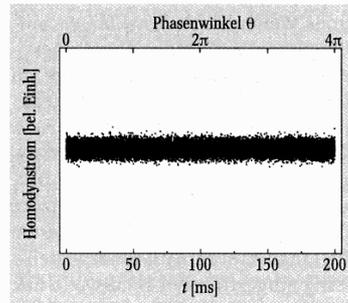
ist die interessante Größe, denn sie ist proportional zum elektrischen Feld der Signalwelle, und zwar zu derjenigen Quadraturkomponente  $E(\theta)$ , die in Phase mit der Lokaloszillatorwelle ist. Durch Beimischung der Lokaloszillatorwelle ist der Homodyndetektor also in der Lage, eine Quadraturamplitude der Signalwelle direkt zu messen, obwohl die beiden Photodetektoren lediglich Intensitäten registrieren können. Da die Phasendifferenz  $\theta$  zwischen der Lokaloszillatorwelle und der Signalwelle mit Hilfe eines verschiebbaren Spiegel variiert werden kann, lassen sich sequentiell alle Quadraturkomponenten vermes-

sen. Eine wichtige Anforderung an die Photodetektoren ist eine nahezu hundertprozentige Quanteneffizienz, damit keine Information über die Signalwelle verlorengeht. Solche Detektoren sind kommerziell erhältlich.

Wie man im Experiment beobachtet, weist der Photostrom zeitliche Fluktuationen auf. Dies sind die Quantenfluktuationen, die der statistischen Verteilung der Meßwerte entsprechen, wie man sie bei der Messung einer Quadraturkomponente erwartet. Der Homodyndetektor führt für jede Phase  $\theta$  eine große Zahl von Messungen von  $E(\theta)$  durch. Aus diesen wird anschließend ein Histogramm ermittelt, das näherungsweise die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_\theta$  wiedergibt. Wenn die Signalwelle in einem Vakuumzustand ist, d. h. wenn in den Signaleingang des Strahlteilers kein Licht eingespeist wird, mißt man die Vakuumfluktuationen des elektrischen Feldes (Abb. 4). Sie zeigen weißes Rauschen. Für eine Strahlungsmode mit einer Querschnittsfläche von  $1 \text{ mm}^2$  ergibt sich rechnerisch eine spektrale Rauschdichte von etwa  $10 \mu\text{V}/\text{m}(\text{Hz})^{1/2}$ , ein vielleicht überraschend hoher Wert.

Untersucht man Laserlicht, so findet man die in Abb. 5a, erste Zeile, dargestellten Quantenfluktuationen. Hier liegt im wesentlichen eine klassische harmonische Zeitabhängigkeit vor, jedoch mit „vakuumartigen“ Fluktuationen, also phasenunabhängiger Stärke. Es handelt sich um die bekannten kohärenten Zustände, deren wichtigste Eigenschaft die Unabhängig-

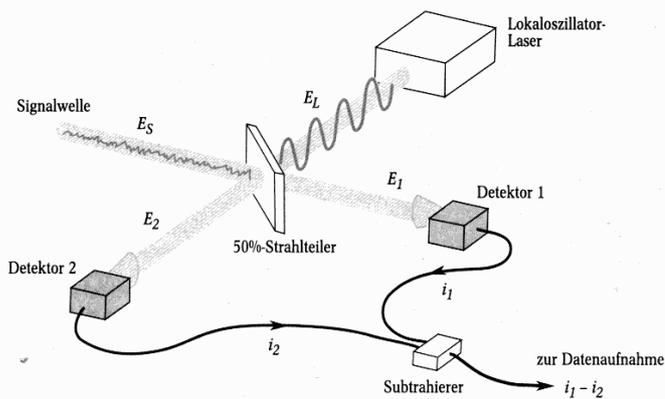
keit des Quantenrauschens von der Amplitude ist. Folglich nimmt die relative Unschärfe der kohärenten Zustände mit wachsender Amplitude ab, und sie werden immer klassischer. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Quadraturamplituden von Vakuum- und kohärenten Zuständen sind gaußförmig (Abb. 5b,



**Abb. 4:** Die vom Homodyndetektor registrierten Stromfluktuationen für eine Vakuummode. Der Detektor fragt eine bestimmte Quadratur  $E(\theta)$  des elektrischen Feldes ca. 2000 mal pro ms ab. Die Meßwertverteilung ist symmetrisch um 0:  $\langle E_\theta \rangle = 0$ , während ihre Breite endlich ist:  $\langle E_\theta^2 \rangle \neq 0$ . Die Phase  $\theta$  des Lokaloszillators wird im Laufe der Zeit langsam verändert, um alle Quadraturen abzufragen.

erste Zeile), die dazugehörigen Wigner-Funktionen sind daher rotationssymmetrische Gaußfunktionen (Abb. 5c, erste Zeile). Dies liegt an der gaußförmigen Wellenfunktion des Grundzustandes des harmonischen Oszillators. Alle bisher quantentomographisch untersuchten Lichtzustände wiesen gaußförmige Projektionen auf. Für Experimente an materiellen Teilchen wurden jedoch auch Zustände mit nicht-gaußschen Projektionen erzeugt und vermessen [1, 4].

Es ist allerdings möglich, Lichtzustände mit asymmetrischer gaußförmiger Wigner-Funktion zu erzeugen. Ihre Projektionen haben unterschiedliche Varianzen. Ein besonderer Fall tritt ein, wenn für bestimmte Phasen  $\theta$  die Varianz der Projektionen geringer ist als die des Vakuumzustands. Da die Stärke der Quantenfluktuationen dann kleiner ist als ihr (scheinbarer Mindest-) Wert im Vakuum, nennt man solche Zustände „gequetscht“ (squeezed) [10]. Sie lassen sich durch Wechselwirkung von Laserlicht mit nichtlinear-optischen Medien erzeugen. Kehren wir zur Veranschaulichung zum Bild des Teilchens im harmonischen Potential (Abb. 1) zurück. Die zeitliche Evolution der Ortsverteilung für eine asymmetrische Wig-



**Abb. 3:** Ein Homodyndetektor mißt die phasenabhängige elektrische Feldamplitude: Der zu untersuchende Lichtzustand wird an einem Strahlteiler mit einem Laserstrahl

derselben Frequenz gemischt und durch zwei Detektoren nachgewiesen. Aus der Differenz der Photoströme ermittelt man die Feldamplitude.

ner-Funktion ist ein gaußsches Paket, dessen Schwerpunkt harmonisch oszilliert, während seine Breite mit der doppelten Oszillationsfrequenz pulsiert. Die Amplitude der Pulsierung und ihre Phase relativ zur Oszillationsphase sind dabei beliebig.

Wir haben eine Vielzahl von gequetschten Lichtzuständen bei einer Wellenlänge von  $1,06 \mu\text{m}$  mit einem parametrischen Verstärker erzeugt und quantentomographisch vermessen. Der Verstärker besteht aus einem nichtlinear-optischen Kristall in einem optischen Resonator. In den Kristall strahlt man intensives Laserlicht der Frequenz  $2\omega$  als Pumpwelle ein. Dadurch werden die Quadraturen  $E(\theta)$  einer gleichzeitig eingestrahlenen Lichtwelle mit der Frequenz  $\omega$  je nach Phasenlage relativ zur Pumpwelle verstärkt oder abgeschwächt. Abbildung 5 zeigt mehrere der resultierenden nichtklassischen Zustände, z. B. einen sogenannten phasengequetschten Lichtzustand (Abb. 5, zweite

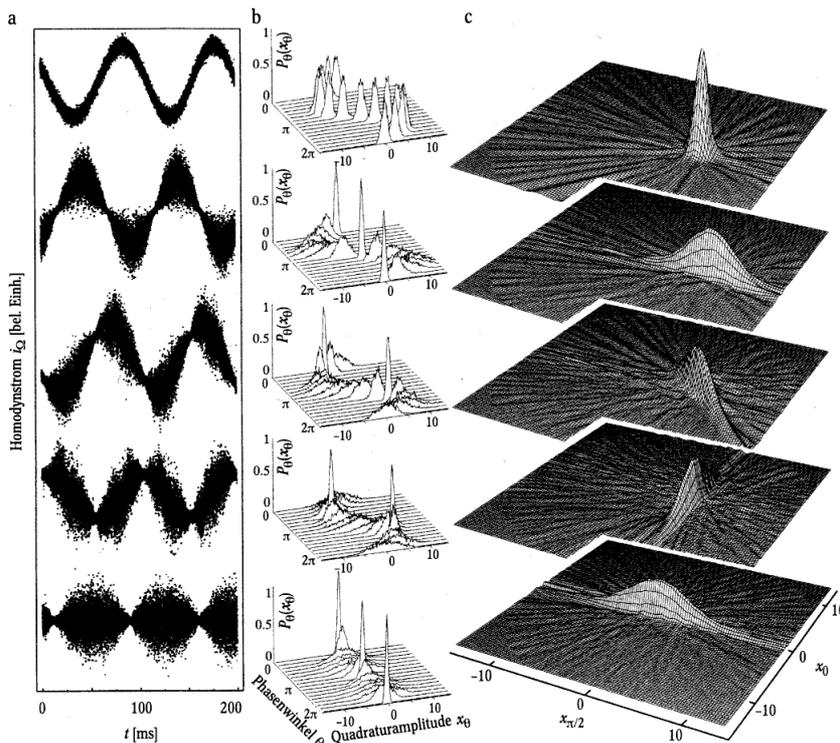
Zeile). Die Unterdrückung des Quantenrauschens tritt hauptsächlich in der Phasenlage des Nulldurchgangs des elektrischen Feldes auf. Die entsprechende, von der Unschärferelation geforderte Zunahme in der Phasenlage maximaler Amplitude ist deutlich zu erkennen. Dies spiegelt sich auch in den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Feldstärke wider (Abb. 5b). Die Wigner-Funktion in Abb. 5c besitzt eine deutlich sichtbare Asymmetrie. Ihre geringste Breite ist halb so groß wie die des Vakuumzustands oder eines kohärenten Zustands – ein ausgesprochen starker Quanteneffekt! Um der Unschärferelation zu genügen, ist die Breite der Wigner-Funktion in orthogonaler Richtung entsprechend erhöht.

In Abb. 5 sind noch weitere nichtklassische Zustände wiedergegeben, die sich in der Phase unterscheiden, bei der die Quantenunschärfe minimal wird. Im gequetschten Vakuumzustand (Abb. 5, letzte Zeile) gilt, wie im eigentli-

chen Vakuumzustand,  $\langle E_\theta \rangle = 0$  für alle  $\theta$ , er besitzt aber ein phasenabhängiges Quantenrauschen. Im Widerspruch zu seinem Namen enthält dieser Zustand Photonen, die bedingt durch den Erzeugungsprozess bevorzugt paarweise auftreten.

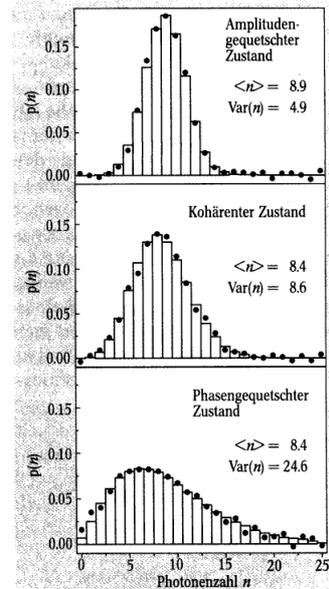
### Welche Information liefert die QZR?

Die Dichtematrix  $\rho_{nm}$  in der Fock-Darstellung gibt eine alternative Beschreibung eines Quantenzustands. Sie läßt sich ebenfalls aus den Projektionen rekonstruieren, indem man über die gemessenen Verteilungen  $P_\theta(x_\theta)$  mit geeigneten Funktionen  $f_{nm}(x_\theta, \theta)$  integriert [9]. Aus den Diagonalelementen der Dichtematrix kann man die Energieverteilung des Zustands ablesen, d. h. die Zählstatistik, die ein idealer Proportional-Photonenzähler liefern würde. Abbildung 6 vergleicht die Zählstatistik eines amplituden- und eines phasengequetschten Zustands mit der eines kohärenten Zustands. Die Vertei-



**Abb. 5:** Vermessung und Rekonstruktion verschiedener Lichtzustände. Von oben: kohärenter Zustand, phasengequetschter Zustand, in der  $48^\circ$ -Quadraturkomponente gequetschter Zustand, amplitudengequetschter Zustand, gequetschter Vakuumzustand. a) Detektierte phasen-

abhängige Quantenfluktuationen; b) daraus abgeleitete Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Quadraturverteilungen; c) rekonstruierte Wigner-Funktionen. In a) wird die Lokalszillatorphase  $\theta$  für das gequetschte Vakuum von  $0$  bis  $3\pi$  variiert, ansonsten von  $0$  bis  $\pi$ .



**Abb. 6:** Rekonstruierte Photonenzahlverteilungen. Die Photonenzahl  $n$  ist der spektrale Fluß: Anzahl von Photonen pro s und Hz optischer Bandbreite. Punkte: Experiment; Balken: Fit. Für einen kohärenten Zustand ergibt sich eine Poisson-Verteilung mit Varianz  $\text{Var}(n) = \langle (n - \bar{n})^2 \rangle = \bar{n}$ , während ein amplitudengequetschter Zustand  $\text{Var}(n) < \bar{n}$  aufweisen kann (sub-Poisson). Für einen phasengequetschten Zustand ist dagegen  $\text{Var}(n) > \bar{n}$  (super-Poisson). Die Unschärfe der Photonenzahlverteilung äußert sich im unregelmäßigen Eintreffen der Photonen auf dem Detektor (Schrottrauschen).

lungen weisen eine geringere bzw. eine größere relative Varianz auf (sog. sub- bzw. super-Poissonsches Licht).

Die Nichtdiagonalelemente der Dichtematrix enthalten Information über die Phasenverteilung des Zustands [11]. Neben dieser Eigenschaft eines Zustands lassen sich viele andere aus  $\rho$  berechnen, etwa seine Reinheit, gegeben durch die Spur  $\rho^2$  oder seine Entropie [11]. Wie theoretisch erwartet, wurde experimentell gefunden, daß die kohärenten Zustände rein sind, daß die gequetschten Zustände aber gemischte Zustände sind. Z. B. betrug für das gequetschte Vakuum in Abb. 5 die Reinheit Spur  $\rho^2 = 0,44$ . Grund dafür sind die optischen Verluste, die das gequetschte Licht bei Erzeugung und Nachweis erleidet. Weil dabei zufällig einzelne Photonen aus der Welle entfernt werden, führt dies zu einer teilweisen Zerstörung der Photonenpaare und damit einer Reduktion der Reinheit des Zustandes. Es ist bemerkenswert, daß für Größen wie Reinheit oder Entropie derzeit keine speziellen Meßgeräte existieren. Die Quantentomographie kann also

über den Umweg der vollständigen Vermessung eines Zustands auch solche Eigenschaften bestimmen, die durch kein anderes experimentelles Verfahren zugänglich sind. Darüber hinaus ist es auch möglich, direkt aus den gemessenen Projektionen die Erwartungswerte von Operatoren zu bestimmen, ähnlich wie bei den Dichtematrixelementen.

### Ausblick

Die bis heute durchgeführten QZ-Rekonstruktionen an Teilchen und Wellen demonstrieren in erster Linie das Prinzip und die Effizienz der Methode. Sie sind der erste Schritt zu einer Charakterisierung komplexerer Quantenzustände oder Wechselwirkungsprozesse. Die bisher gelieferten Ergebnisse haben sicherlich auch didaktischen Wert, denn sie verdeutlichen bekannte, jedoch abstrakte quantenmechanische Konzepte. Darüber hinaus geben die QZR-Verfahren auch eine starke Motivation, neuartige Quantenzustände experimentell zu realisieren, insbesondere solche des elektromagnetischen Feldes – eine wichtige Herausforderung für die Quantenoptiker.

\*

Wir danken J. Mlynek für die langjährige Mitarbeit und Unterstützung sowie der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung.

### Literatur

- [1] *D. Leibfried* et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 4281 (1996)
- [2] *T. J. Dunn* et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 884 (1995)
- [3] *D. T. Smithey* et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 1244 (1993)
- [4] *G. Breitenbach* et al., Nature **387**, 471 (1997).
- [5] *C. Kurtsiefer* et al., Nature **386**, 150 (1997)
- [6] Sonderheft J. Mod. Opt. **44**, Nr. 11/12 (1997)
- [7] *K. Vogel*, *H. Risken*, Phys. Rev. A **40**, 2847 (1989);
- [8] *H. Paul*, Phys. Bl., Dezember 1993, S. 1105; *M. Freyberger*, *W. Schleich*, Phys. Bl., Dezember 1993, S. 1109
- [9] *U. Leonhardt*, „Measuring the Quantum State of Light“, Cambridge Univ. Press, 1997
- [10] *M. Marte*, Phys. i. u. Zeit **26**, 162 (1995); *R. Loudon* und *P. L. Knight*, J. Mod. Opt. **34**, 709 (1987)
- [11] *G. Breitenbach*, *S. Schiller*, J. Mod. Optics **44**, 2207 (1997); siehe auch <http://quantum-optics.physik.uni-konstanz.de/qmet/gblink/gallery.html>